

金融風險管理季刊
民94，第一卷，第二期，17-32

短期利率之動態條件變異與預測績效之探討*

The Stochastic Volatility and Predictability Efficiency of Short-Term Interest Rate

黃博怡

Bor-Yi Huang

實踐大學 財務金融學系 副教授
Shih Chien University,
Department of Finance and Banking

邱哲修**

Jer-Shiou Chiou

實踐大學 財務金融學系 教授
Shih Chien University,
Department of Finance and Banking

林卓民

Cho-Min Lin

嶺東技術學院 財務金融學系 副教授
Ling Tung College, Department of Finance

陳建宏 碩士生

Chien-Hung Chen

淡江大學 財務金融研究所
Tamkang University, Graduate Institute of
Money, Banking and Finance

摘要

本文採用GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 模型、馬可夫轉換模型 (Markov Switching Model) 及常數跳躍模型 (Constant Intensity Jump Model) 對台灣短期利率從事預測並作績效比較，期能找到一個較合理且預測績效較佳的利率預測模型。

實證結果顯示，以模型配置而言，常數跳躍模型有較佳之配置能力。若以MAD、RMSE及MAPE計算預測誤差值之統計量來衡量，常數跳躍模型在MAPE的預測績效上亦較佳。台灣短期利率在採歷史資料實證，若以GARCH模型捕捉條件變異數為基礎，在預測其平均報酬宜加入考量結構性轉變及跳躍的因子，似乎較能描述其變化之情形。

關鍵詞：GARCH模型、馬可夫轉換模型、常數跳躍模型

* 本文感謝三位審稿者的細心審閱，特此致謝。

** 作者通訊：邱哲修，104台北市大直街70號，TEL：886-2-25381111#8927，E-mail:jschiou@mail.usc.edu.tw。

Abstract

Time series econometrics models of GARCH, Markov Switching and Constant Intensity Jump Model are adopted in this study for seeking a more reasonable and much effective model in predicting Taiwan's short-term interest rate.

The result indicates that Constant Intensity Jump Model would be a better forecasting model by the criterion of MAD, RMSE and MAPE. Consequently, base upon basic GARCH Model, and considering the factor of structure changes and jumps, Constant Intensity Jump Model can improve the forecasting ability of Taiwan's short-term interest rate.

Key Words: GARCH Model, Markov Switching Model, Constant Intensity Jump Model

1. 緒論

隨著台灣金融市場日益開放，新金融商品日新月異，環顧各項金融商品，短期利率的評價在許多金融資產中扮演了關鍵性的角色，加上近年來台灣利率持續走低，造就固定收益市場難得一見的榮景，故準確地掌握利率變化，進而有效的預測利率走勢，一直是金融市場上各參與者所熱衷研究之議題。

就利率之預測而言，基本上可分定性方法與定量方法。由於台灣短期利率水準受到中央銀行政策影響極大，往往在不同時期呈現不同的波動情形，本研究將以時間序列計量模型為主要之預測方法。我們發現，在市場相對平穩時，利率多在中央銀行宣示的目標區內呈小規模的波動；但在政經峰波發生之際，促使利率上揚的市場力量與中央銀行的干預力量各自發揮影響力，造成利率較大幅度之波動，但也由於中央銀行的有效控制，這些利率大幅波

動現象往往無法持續，會重回目標區內，由於這兩種迥異的利率動態行為，傳統的時間序列模型已不適用於描述它的過程。而近年來條件變異數普遍用於刻畫波動性，各項新的計量模型不斷地被討論應用，因而本研究將立基於GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 模型，進而考量結構性轉變及跳躍的因子，採用馬可夫轉換模型 (Markov Switching Model) 及常數跳躍模型 (Constant Intensity Jump Model)，根據MAD、RMSE及MAPE計算誤差值統計量，來探討台灣短期利率之預測與比較，希望找到一個較合理且預測績效較佳的利率預測模型。

由於融資性商業本票的利率較能反應當時市場資金供需的情形，本研究將以90天期融資性商業本票 (CP2) 作為預測利率的標的，經由此利率的預期變動狀況，來探索市場一般利率水準的走向，進而作為投資決策之參考。

本文第一部分說明研究動機、目的及

概述本文的研究架構。第二部份就就本文主題相關之國內外文獻進行簡述。第三部份為研究方法，簡述本文所使用之GRACH模型和馬可夫轉換模型 (Markov Switching Model) 及常數跳躍模型 (Constant Intensity Jump Model)。第四部份為實證研究，分別建立模型作實證估計及比較預測績效。第五部份為研究結論與建議。

2. 相關文獻探討

2.1 國外相關文獻

Craine and Havenner (1988) 比較了隨機漫步模型、單變數時間序列模型、多變數時間序列模型與MPS (MIT-Penn-SSRC) 模型，結果發現就1970年代美國的實質利率變化，多變數時間序列模型與MPS模型的預測能力較佳。Akgiray and Booth (1988)，使用傳統的OLS、ARIMA、及GARCH模型，對香港的恆生指數預測進行估計，並使用了四種偏誤判斷準則，發現在傳統常用的模型中，以ARMA (1,0) - GARCH (1,1) 模型，最能預測未來的指數數值。Bollerslev and Ghysels (1996) 則認為如果沒有考慮到期間性 (periodic) 的條件異質自我迴歸 (P-GARCH)，則會對未來的預測失去其效率性。Ball and Torous (1999) 以隨機波動模型估計動態短期無風險利率，發現各國利率均有隨機波動現象。

Smith (2002) 以馬可夫轉換模型與隨機波動模型來比較短期利率，發現由於馬可夫轉換模型考慮了經濟結構高低波動的轉

變，馬可夫轉換模型估計短期利率較為合理，亦為較佳的預測模型。

Hamilton (1996) 指出由於聯邦資金利率受到嚴格的法規引致之微細構造效果 (Severe Regulation-induced Microstructure Effects) (星期三交割及每季/每年末日效果) 之影響，導致每日聯邦資金利率具有跳躍之假象。Das (2001) 針對美國利率之研究發現利率的變動呈現有連續和不連續變化的特質，並再將跳躍納入一般化Vasicek模型 (generalizations of Vasicek model)，探討每日聯邦資金利率之跳躍現象。Eraker, Johannes and Polson (2003) 則認為利率跳躍不論在經濟上或統計上都很重要，擴散模型忽略了利率跳躍情況，而誤以為他們不能正確捕捉利率變動尾端之行為。而Ahn (1988)、Duffie and Kan (2002)、Baz and Das (1996)、Duffie et al. (2000)、及Chacko and Das (2002) 等則著重在當存在有跳躍現象時 (in the presence of jumps)，對債券及債券選擇權價格之封閉式或接近封閉式關係性之推演 (closed- or near closed-form formulae)。

2.2 國內相關文獻

吳蕙如 (1997) 結合遺傳程式之類神經網路模型，就金融業隔夜拆款平均利率進行預測分析。尤子源 (2001) 比較了臺灣隔夜拆款利率模型預測差異，與模型預測的績效，透過ARIMA及GARCH模型的配適，採逐日預測法對隔夜拆款利率之預測進行比較，尋求一個較合理的隔夜拆款利率預測模型。彭國星 (1998) 則利用影響短

期利率的因素，來研判利率未來的走勢。莊証皓 (2001) 採參數法與非參數法計量模型，以30天商業本票 (CP2) 利率為標的，根據RMSE、MAE、MAPE比較各模型的預測能力並選擇最佳的預測模型，結果發現GARCH模型其誤差值最小，具較佳之預測能力。

林炳輝與葉仕國 (1996) 針對利率不連續變動方面進行研究，假設短期瞬間利率服從跳躍-擴散隨機過程，發現利用台灣貨幣市場利率日資料可以偵測出利率有跳躍現象，而月資料並無顯示出跳躍之情形，驗證了觀測頻率越低之資料越無法偵測出跳躍現象之假說。林常青 (2002) 以Gray (1996) 的模型為基礎，檢視台灣短期利率，在允許條件期望值和條件變異數可隨狀態而改變之下，發現在不同狀態下，台灣短期利率都呈現回歸長期水準現象，但卻有兩種不同的動態行為，利率波動性沒有水準效果，也沒有波動聚集現象。

國內對於利率的相關研究，目前以研究指標性、貨幣政策之操作性、市場效率性、及與其它總體經濟變數之間的關係為主，主要使用的研究模型，以多元迴歸、GARCH、VAR、ARIMA模型為主、馬可夫轉換模型尚未被廣泛使用與比較，而常數跳躍模型之實證研究更甚少出現於國內相關文獻中。對於短期利率的預測、及適合用來作為預測短期利率的模型之研究，殊少有國內相關學者有此相關論述，故本研究考慮了GARCH模型、馬可夫轉換模型與常數跳躍模型等研究方法，試圖尋找較佳之預測模型。

3. 研究方法

3.1 GARCH模型

3.1.1 簡述

由於GARCH模型具有金融時間序列資料共有之特性：波動性集聚 (volatility cluster) 與高峰 (lepto kurtic) 厚尾 (heavily tailed) 等現象。基本上是被認定具有穩定之特性，GARCH模型的設定與性質如下：

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t \cdot b + e_t \\ e_t | \Omega_{t-1} &\sim N(0, h_t^2) \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} \end{aligned} \quad (1)$$

其中，
 $p \geq 0, q \geq 0$
 $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, q$
 $\beta_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, p$

Y_t ：符合GARCH模型之時間序列資料

q ：ARCH效應的階數

p ：GARCH效應的階數

上述GARCH (q,p) 模型可包含多種的動態結構，而在實證研究上，如Bollerslev (1986) 及Akgiray and Booth (1988)，多建議採用GARCH (1,1) 來做為條件變異模型，故本文採用GARCH (1,1)，即：

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \\ \alpha_0 &\geq 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

GARCH模型雖然能夠顯示出某些時間序列資料的特性，如波動性群聚的現象，並補足了ARCH模型所無法捕捉到條件變異數殘留資訊的特性，但是GARCH模型在設定上仍有若干缺失存在，如GARCH模型具有預測誤差項的正負值不會影響條件變異數之缺點，這和觀察到的資產報酬動態的變動過程並不一致，即GARCH模型捕捉不到波動性可能存在之不對稱效果。

3.1.2 估計

在GARCH模型中，當誤差項自我相關時，若以OLS估計參數將不具有效率性，因此GARCH模型需採用最大概似法(maximum-likelihood method)進行估計。令 B 與 h_t 為參數， T 為樣本之觀察值個數，而GARCH模型的對數概似函數則為：

$$\log L = -(T/2)\ln(2\pi) - (T/2)\ln h_t - (1/2h_t^2)\sum_{t=1}^T (Y_t - X_t B)^2 \quad (3)$$

採用反覆估計演算法，極大化對數概似函數來求取參數的估計值。

3.1.3 預測

GARCH模型的預測式如下：

$$\hat{Y}_t(l) = \phi_1 \hat{Y}_t(l-1) + \dots + \phi_l Y_t + \dots + \phi_{p+l} Y_{t+l-p} - \theta_1 \hat{a}_t - \dots - \theta_q \hat{a}_{t+l-q} + \delta_t$$

- (1) 利用擬合之數學模型，求解 Y_{t+l} ， T 稱為預測起點， l 稱為向前預測期數之時間。
- (2) 根據過去之資料(包含預測起點)，利用

下述關係式，求解 Y_{t+l} 之條件期望值。

$$E_t(Y_{t+j}) = \begin{cases} \hat{Y}_t(j) & , j > 0 \\ Y_{t+j} & , j \leq 0 \end{cases}$$

$$E_t(a_{t+j}) = \begin{cases} 0 & , j > 0 \\ a_{t+j} & , j \leq 0 \end{cases}$$

- (3) 利用最小平方估計法求得參數估計值與觀察誤差 a_{t+j} ， $j \leq 0$ ，以計算下一個觀測值 Y_{t+l} 之預測值 $\hat{Y}_t(l)$ 。接著，利用步驟(2)之條件期望值遞迴產生一序列之預測值。

3.2 馬可夫轉換模型

Hamilton (1996) 所提出的馬可夫轉換模型(Markov Switching Model)，又稱狀態轉換模型(Regime Switching Model)，就是設定模型參數隨某一無法觀察到的狀態變數而改變，而且此一狀態變數遵循一階馬可夫過程(Markov process)。這類模型在參數的變動上增加了馬可夫式的機率結構，其一方面仍然允許參數隨時間而改變，另一方面則使模型不致太過複雜，從而使模型具有較廣泛的適用性。

3.2.1 簡述

假設利率服從一個兩狀態的馬可夫鏈：

$$Y_t = \mu_{s_t} + \phi_{s_t} Y_{t-1} \quad (4)$$

其中， s_t 代表馬可夫過程所在狀態，

$S_t=1$ 表示本過程位於狀態1，而 $S_t=2$ 表位於狀態2。在上式中， μ_{s_t} 在 $s_t=1$ 時為 μ_1 ， μ_{s_t} 在 $S_t=2$ 時為 μ_2 。

首先定義馬可夫鏈：

$$\begin{aligned} P\{s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} \\ = P\{s_t = j | s_{t-1} = i\} = P_{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

根據上式可知 S_t 所處狀態之機率值只與其前一期 (S_{t-1}) 有關。

再假設本文的狀態轉換過程服從移轉機率P (transition probability)：

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, \text{ 其中, } P_{ij} > 0, \text{ 且} \\ \sum_{j=1}^2 P_{ij} = 1. \quad (6)$$

P的特性根 (eigenvalues) 分別為 $\lambda_1=1$ ，與 $\lambda_2=P_{11}+P_{22}-1$ ，而當 $\lambda_1=1$ 時，其對應的特性根定義為 π ：

$$\pi = \begin{bmatrix} (1 - P_{22}) / (2 - P_{11} - P_{22}) \\ (1 - P_{11}) / (2 - P_{11} - P_{22}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.2.2 估計

當母體參數在已知的前提下，P的計算就顯得十分簡單。但事實上，由於母體參數為未知固定參數，因此，需採取最大似法來推估母體的參數，以期能順利找到該模型具有之所有訊息。假設狀態1資料來

自 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ，而狀態2資料來自 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的母體，兩狀態馬可夫模型則可表示如：

$$f(y_t | s_t = j; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(Y_t - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2}\right\} \quad (8)$$

其中， $j=1,2$ ，為母體參數的集合，包括 μ 、 σ 等。

依據上式，定義：

$$P\{s_t = j; \theta\} = \pi_j, \quad j=1,2$$

又因 π_1 、 π_2 亦在 θ 集合裡，所以將 θ 定義如下：

$$\theta = (\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \pi_1, \pi_2)$$

而條件機率的演算公式又可作如下的表示：

$$P\{A | B\} = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{B\}}$$

依相同的演算公式，可將 $f(y_t | s_t = j; \theta)$ 分解如下：

$$f(Y_t | s_t = j; \theta) = \frac{P\{Y_t, s_t = j; \theta\}}{P\{s_t = j; \theta\}}$$

利用上式為基礎，將該式取對數後加總，定義為最大似函數 $L(\theta)$ ，用以推估母體的參數值：

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^T \log f(Y_i; \theta) \quad (9)$$

利用條件機率的觀念，可將 $f(Y_i | s_i = j; \theta)$ 重新定義如下：

$$\begin{aligned} f(Y_i | s_i = j; \theta) &= \frac{P(Y_i | s_i = j; \theta)}{P(Y_i; \theta)} \\ &= \frac{\pi_j}{P(Y_i; \theta)} \end{aligned} \quad (10)$$

此即本文之兩狀態馬可夫轉換模型，模型參數估計可依下列步驟求出：

第一步、給予起始值：

$$\theta^{(0)} = (\mu_1^{(0)}, \mu_2^{(0)}, \sigma_1^{(0)}, \sigma_2^{(0)}, \pi_1^{(0)}, \pi_2^{(0)}) \quad (11)$$

並可由上述資料找出 $\pi_1^{(0)}$ 。

$$\pi_1^{(0)} = \left[\begin{array}{c} 1 - P_{22}^{(0)} / 2 - P_{11}^{(0)} - P_{22}^{(0)} \\ 1 - P_{11}^{(0)} / 2 - P_{11}^{(0)} - P_{22}^{(0)} \end{array} \right] \quad (12)$$

第二步、算出 $f(Y_i | s_i = j; \theta) = \frac{\pi_j f(Y_i | s_i = j; \theta)}{f(Y_i; \theta)}$ 的值。

第三步、將上述之結果代回 $\hat{\mu}_i$ 與 $\hat{\pi}_i$ ，求得新的估計量

$$\theta^{(1)} = (\mu_1^{(1)}, \mu_2^{(1)}, \sigma_1^{(1)}, \sigma_2^{(1)}, \pi_1^{(1)}, \pi_2^{(1)})。$$

第四步、重複第一步至第三步，反覆循環直到 $|\theta^{(m)} - \theta^{(m+1)}| < \epsilon$ 。

當 $\theta^{(M)} = \theta^{(M+1)}$ 時，所估計之最大概似函數值為局部極大。

3.2.3 預測

簡單而言，利用 t 期所有資訊對 ξ_{t+m} 進行預測之概念可表為：

$$E(\xi_{t+m} | \zeta_t) = \mathbf{P}^m \hat{\xi}_{t|t} \quad (13)$$

其中， ζ_t 為 t 期所有資訊， $\hat{\xi}_{t|t}$ 為利用 t 期所有資訊所估計出之最佳結果，即

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{(\hat{\xi}_{t|t-1} \Theta \eta_t)}{\mathbf{1}' (\hat{\xi}_{t|t-1} \Theta \eta_t)} \quad , \quad \text{而} \quad \hat{\xi}_{t|t-1} = \mathbf{P} \cdot \hat{\xi}_{t-1|t-1}。$$

令 $\mathbf{1}$ 為所有元素均為1的向量， N 表示狀態的個數，代入本文模型式(4)，即可得：

$$\begin{aligned} E(Y_{t+m} | s_t, \zeta_t) &= \mu_2 + \{\pi_1 + \lambda^m (s_t^* - \pi_1)\} \\ &\quad (\mu_1 - \mu_2) + \mathbf{e}_1' \phi^m (Y_t - \mu_{s_t}) \end{aligned} \quad (14)$$

其中， $\lambda = (-1 + P_{11}^* + P_{22}^*)$

$$\pi_1 = (1 - P_{22}^*) / (1 - P_{11}^* + 1 - P_{22}^*)$$

由上式可知，本文以 t 期所有資訊對下期進行預測，以收斂估計的方式進行，而上式可以調整為

$$\begin{aligned} E(Y_{t+m} | \zeta_t) &= \mu_2 + \{\pi_1 + \lambda^m [\Pr(s_t^* = 1 | \zeta_t) \\ &\quad - \pi_1]\} (\mu_1 - \mu_2) + \mathbf{e}_1' \phi^m \hat{Y}_t \end{aligned} \quad (15)$$

\bar{r}_t 序列向量中之因子可設定為：

$$\hat{Y}_t = Y_{t+1} - \mu_2 \Pr(s_{t+1}^* = 0 | \zeta_t) - \mu_1 \Pr(s_{t+1}^* = 1 | \zeta_t) \quad (16)$$

本文即根據上述之模式進行估計。

3.3 常數跳躍模型

Merton (1976) 以常態分配來衡量跳躍的大小，解決了因為使用對數常態分配表示股價的隨機分配其不足以捕捉股票報酬變異數的不安定性及可以容許股價有未預期跳躍的情形。對於估計風險值而言，金融資產投資組合報酬波動率及對於資產報酬分配尾部分配為一重要的估計核心所在，波動群聚的現象會引起資產報酬分配厚尾現象發生，而波動本身也會隨時間經過會有跳躍情況發生，若利用跳躍擴散隨機過程中之幾何布朗運動來描述資產價格連續變動的情形及以離散型的跳躍過程衡量資產報酬因非系統風險所帶來的影響，更可以真切反映金融現況。

3.3.1 簡述

為測試跳躍之存在，可採用無條件及有條件利率上升分配之資訊： $p(r_{t+\Delta} - r_t)$ 、 $p(r_{t+\Delta} - r_t | r_t)$ 。真實的連續性時間模型係經由長度為 Δ 之觀察期間產生其分配，並為一隨機微分方程式之解。此一概念即是：給予任一單一或多重因子擴散模型都會引致增量分配，而將模型之分配性質與那些資料做比較，亦甚為明確。

由於多數文獻均支持GARCH模型最能估計條件變異數，本文乃依據Chan and Maheu (2002) 之方法，嘗試利用常數跳躍模型 (Constant Jump Intensity Model) 來預測短期利率，模型設定為：

$$R_t = \mu + \sum_{i=1}^2 \phi_i R_{t-i} + \sqrt{h_t} z_t + \sum_{k=1}^{n_t} Y_{t,k} \quad (17)$$

$$Y_{t,k} \sim N(\theta, \delta^2) \quad (18)$$

$$\Delta r_t = r_t - r_{t-1} = a + br_{t-1} + \sigma_t r_{t-1}^\gamma \varepsilon_t \quad (19)$$

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (20)$$

$$P(n_t = j | \Phi_{t-1}) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^j}{j!} \quad (21)$$

$$z_t \sim \text{NID}(0,1) \quad (22)$$

上述即為常數跳躍模型

3.3.2 估計

常數跳躍模型估計的步驟為：

- (1) 先估計GARCH + Bernoulli Jump Diffusion model
- (2) 求得Constant Intensity Jump model 的初始值
- (3) 再估計Constant Intensity Jump model 為簡化估計，假設： $j=0,1,2$ ， $n_t=0,1,2$ (0=有Jump產生正效應，1=無Jump產生，2=有Jump產生負效應)

其觀察值之對數概似函數值為：

$$LL_t = \ln\{P(R_t | \Phi_{t-1})\}$$

其中

$$f(R_t | n_t = j, \Phi_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(h_t + j\delta^2)}} \exp \left\{ -\frac{(R_t - \mu - \sum_{i=1}^j \phi_i R_{t-i} - \theta j)^2}{2(h_t + j\delta^2)} \right\} \\ = N(R_t, \mu - \sum_{i=1}^j \phi_i R_{t-i} - \theta j, h_t + j\delta^2) \\ = N(j) \\ P(n_t = j | \Phi_{t-1}) = \frac{\exp^{-\lambda^j}}{j!}$$

$$\text{且 } P(R_t | \Phi_{t-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} N(j) \cdot P(n_t = j | \Phi_{t-1})$$

3.3.3 預測

根據 (17) 式

$$R_t = \mu + \sum_{i=1}^n \phi_i R_{t-i} + \sqrt{h_t} z_t + \sum_{i=1}^n Y_{t,i}$$

改寫為

$$R_t = B_t + C_t \quad (23)$$

$$\text{其中 } C_t = \sum_{i=1}^n Y_{t,i} \quad (24)$$

$$\text{而 } E(C_t | \Phi_{t-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} E[C_t | n_t = j, \Phi_{t-1}] \times P(n_t = j | \Phi_{t-1}), l > 0 \quad (25)$$

因為係常數跳躍模型，簡化估計後

$$E(C_t | \Phi_{t-1}) = \theta_t \lambda_t \quad (26)$$

依上述推導，常數跳躍模型的預測式可表示為：

$$E(R_t | \Phi_{t-1}) = \mu + \sum_{i=1}^n \phi_i R_{t-i} + \theta_t \lambda_t \quad (27)$$

4. 實證結果與分析

本研究將以Rats軟體中之BFGS方法為認定基礎，其實證的過程中利用不同的起始值求算不同的收斂值及概似函數值，用以檢查是否存在不同的收斂參數估計值，其中不排除存在有相同最大估計函數之可能情形。本節將包括檢定數列是否為穩定的單根檢定，再運用GARCH、MS及CIJ預測模型從事預測，最後以衡量預測誤差之RMSE、MAE與MAPE等方法來比較預測績效，以決定最佳利率預測模型。由於次級市場規模較大，且其中商業本票交易量也遠超過其他短期票券交易量，本文將採用次級市場商業本票利率代表台灣短期利率，其利率亦較能反映市場短期利率情形。

雖然商業本票利率市場，有30天期、60天期、90天期及180天期的利率，但90天期利率，除了佔市場成交值相對較大外，更重要的是目前各家銀行的基準利率 (Base Rate；銀行放款的基本指標利率) 多以90天期利率為取樣指標，故本研究的研究變數

採台灣商業本票90天期利率，日收盤資料，資料來源為路透社資料庫，研究期間為1997年8月1日至2004年2月3日，共1,703筆日資料。

4.1 基本統計量分析

表1為 r_t 與 Δr_t (樣本資料一次差分前後)的樣本平均、標準差、及其他的敘述統計量。表中的峰態係數顯示 Δr_t 的分配可能有後尾 (fat tails) 現象。

將取得之資料作基本統計量分析並繪圖後，發現商業本票90天期利率在1997年8月底到2004年2月初是呈現偏離長期水準的下滑趨勢，資料在1998年10月26日後，跌

破5.718 (第324筆資料) 後就持續下滑維持在4.8上下的水準 (形成另一個長期的利率水準)，故推估可能有結構性改變之存在。在檢定是否有結構性改變之存在時，由全部樣本資料的峰態係數及其偏態係數，可知全部樣本期間資料並非為一個常態分配，確為一個右偏的低峰態分配。

4.2 單根檢定

本節利用一般實證常用的Augmented Dickey-Fuller (ADF) 和Phillip-Perron (PP) 兩種檢定方法來對利率資料進行單根檢定。表2為ADF單根檢定水準項，其檢定假說為；虛無假設 H_0 ：有單根現象，該數列

表1 基礎統計量一覽表

	平均值	變異數	標準差	偏態係數	峰態係數	極大值	極小值
r_t	0.042586	0.047481	0.021790	0.0274	-1.0335	0.089320	0.08030
Δr_t	-0.000060	0.000037	0.000605	2.1300	79.8005	0.010250	-0.07250

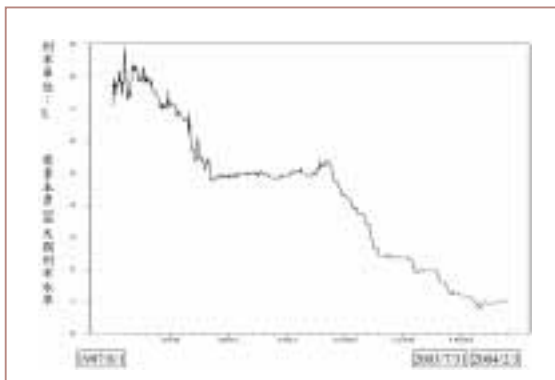


圖1 台灣商業本票90天期利率時間趨勢圖

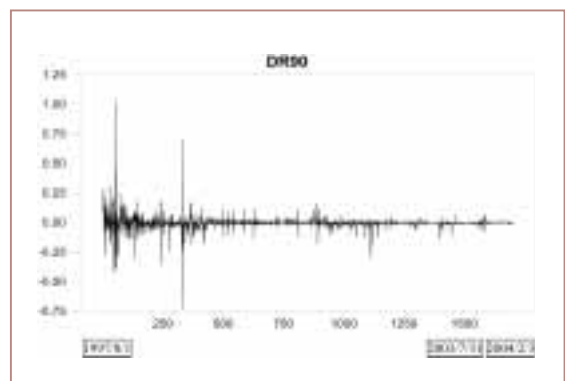


圖2 商業本票90天期利率經一階差分後時間趨勢圖

表2 水準項單根檢定

CP90天利率	含截距項與時間趨勢項		只含截距項	
	落差期	檢定統計量	落差項	檢定統計量
ADF檢定法	8	-0.7105	8	-1.7787
PP檢定法	8	-2.38786	8	-0.26375

註：1. *、**和***分別代表10%、5%和1%的顯著水準下，可拒絕有單根(非定態)的虛無假設。

2. 1%，5%與10%臨界值分別為-3.9920，-3.4264與-3.1364。

表3 差分項單根檢定

CP90天利率	含截距項與時間趨勢項		只含截距項	
	落差期	檢定統計量	落差項	檢定統計量
ADF檢定法	7	-16.7218	7	-16.3360
PP檢定法	7	-46.14222	7	-46.15354

註：1. *、**和***分別代表10%、5%和1%的顯著水準下，可拒絕有單根(非定態)的虛無假設。

2. 1%，5%與10%臨界值分別為-3.9920，-3.4264與-3.1364。

不定態；對立假設 H_1 ：無單根現象，該數列定態。結果顯示台灣CP90天期利率之時間序列資料檢定為拒絕有單根的假設，意即為非定態序列。(PP單根檢定水準項的結果則參考表2)

變數經一階差分ADF與PP單根檢定後，得知為I(1)定態序列，故本文實證研究係以一階差分來處理。

4.3 模型實證估計結果分析

一般而言，應用最大概似估計法來進行參數估計時，常會遇到諸如對初始值(initial value)之敏感度及演算法的選擇等問

題。本文採用BFGS以及Simplex Method這兩種方法的結合來求取最大概似估計值，在選擇合理的初始值上，本文參考了葉仕國(1986)之對短期利率的資料進行一階自我迴歸，利用所估得的截距項、斜率和殘差的誤差平方均數等分別得到若干參數的估計值，再以這些估計值作為我們實證工作中所需的初始值。

4.3.1 GARCH模型

表4即為GARCH模型估計結果，亦即當條件期望值和條件變異數均不隨狀態改變時之結果。以最大概似法(MLE)來估計模型中的參數，其結果如下：

表4 GARCH模型

變數名稱	參數	標準差	T 統計量	顯著水準
a	-0.068035192	0.015671542	-4.34132	0.00001416
b	0.078624826	0.036988815	2.12564	0.03353343
ω	0.157288198	0.018198072	8.64312	0.00000000
α	0.514397509	0.061315235	8.38939	0.00000000
β	0.327788059	0.045912929	7.13934	0.00000000
概似函數值	-1361.34320772			

4.3.2 兩狀態馬可夫轉換模型

表5係基於 (8) 式等狀態轉換之馬可夫轉換模型估計結果，在狀態1時，利率的長期水準較高，向長期水準收斂的數度較快，波動性也較大。但在狀態2時，利率的長期水準較低，向長期水準收斂的數度較慢，而波動性亦較小。

4.3.3 常數跳躍模型

表六係根據 (17) 式等在考慮利率有跳躍現象之常數跳躍模型所估計之結果。

4.4 模型預測績效比較

最後，將各模型預測結果，分別以MAD、RMSE及MAPE三種統計量比較各模型樣本內預測誤差大小，再輔以Function Value判定後，就模型配置而言，Constant Intensity Jump Model的Function Value最大，模型配置似乎較佳。

雖然從MAD、RMSE及MAPE模型預測績效之比較中無法得到一致的結論，但

是若以絕對平均百分比誤差為基準，常數跳躍模型在預測績效上亦為最佳。從圖3至圖5中我們亦發現，在考慮條件變異後，也確實可以提高模型之預測能力。

5. 結論

利率自由化後，利率的決定完全取決資金市場的供需，因此若能事先進行利率之預測，避免因利率上升所產生之風險，此除了可供政府政策之參考外，更可提供企業從事投資決策、融資決策與產品訂價決策。

一般傳統計量模型假設變異數為定態，然為了更符合實際資料之特性，Engle (1982) 提出自我迴歸條件異值變異數 (ARCH)，Bollerslev (1986) 更提出一般化自我迴歸條件異質變異數 (GARCH)。本研究考慮了異質變異，立基於GARCH (1,1) 模型，採用狀態轉換動態行為之兩狀態馬可夫轉換模型、及考量跳躍因素之常數跳躍

表5 馬可夫轉換模型實證估計結果

變數名稱	參數估計值	標準差	T 統計量	顯著水準
μ_1	9.12777e-04	1.06650e-09	855864.50746	0.00000000
μ_2	9.12120e-04	1.13540e-09	803343.37742	0.00000000
φ	0.19827	5.38091e-07	368476.22056	0.00000000
p_1	0.19839	1.06173e-06	186857.55234	0.00000000
p_2	0.19830	1.51569e-06	130830.50804	0.00000000
σ_1	0.01993	6.86525e-08	290369.80272	0.00000000
σ_2	0.03502	1.73839e-08	2014549.7428	0.00000000
對數概似函數值	-74072.51606695			

表6 常數跳耀模型實證估計結果

變數名稱	參數估計值	標準差	T 統計量	顯著水準
μ	-0.026095028	0.009957564	-2.62062	0.00877691
φ_1	0.039844534	0.028792132	1.38387	0.16639862
φ_2	0.014835301	0.032019600	0.46332	0.64313545
ω	0.022209073	0.004081430	5.44149	0.00000005
α	0.258465494	0.035381802	7.30504	0.00000000
β	0.500943287	0.043651016	11.47610	0.00000000
θ	-0.260340362	0.217418671	-1.19741	0.23114487
δ	2.251126797	0.234349605	9.60585	0.00000000
λ	0.094440334	0.016419571	5.75169	0.00000001
對數概似函數值	-1125.26067800			

模型作為利率預測之模型，作彼此間績效之評估後發現：

GARCH模型雖然能捕捉各種財務上波動群聚之現象，但仍無法充分掌握利率的

動態特性，基本上根據GARCH模型所估計出來的條件變異數常呈現明顯的持續性(persistence)，但本研究GARCH (1,1) 模型實證結果卻發現台灣或許因為中央銀行的適時

表7 模型預測值基本統計量

預測值 Y_HAT	GARCH(1,1)模型	馬可夫轉換模型	Constant Intensity Jump Model
平均數	-0.0000082284	-0.0000491726	-0.0000056479
變異數	1.943421e-08	7.676556e-08	1.205031e-08
偏態係數	2.12997	4.17431	19.93426
峰態係數	79.80054	21.98284	504.71489
J-B	452627.16518	739166.91790	18167148.96471

表8 模型預測績效結果

統計量	GARCH模型	馬可夫轉換模型	Constant Intensity Jump模型
絕對平均誤差MAD	0.52195*	0.29563*	0.51240*
均方誤差RMSE	0.93654*	0.26458	0.92614*
絕對平均百分比誤差MAPE	1.14558	1.15469	1.01783

註：1.*代表數值已乘上 10^4 。

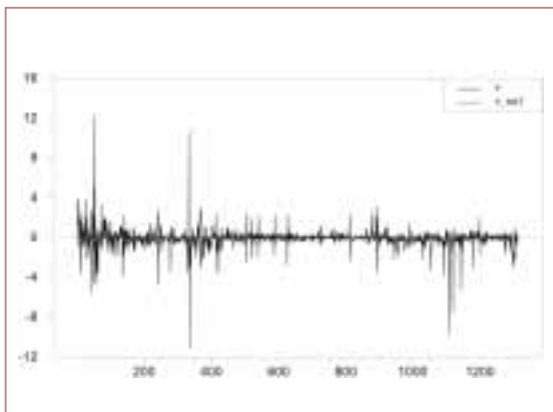


圖3 GARCH：實際值與預測值比較

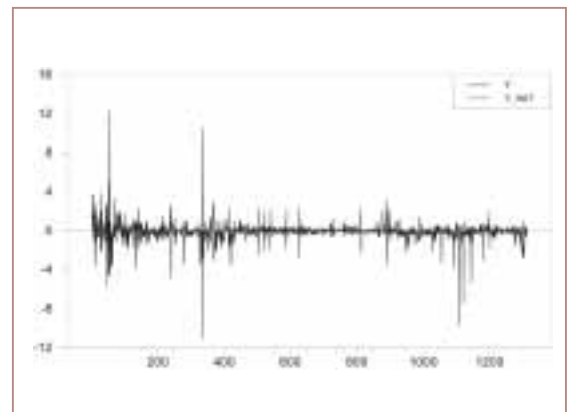


圖4 Markov-Switching：實際值與預測值比較

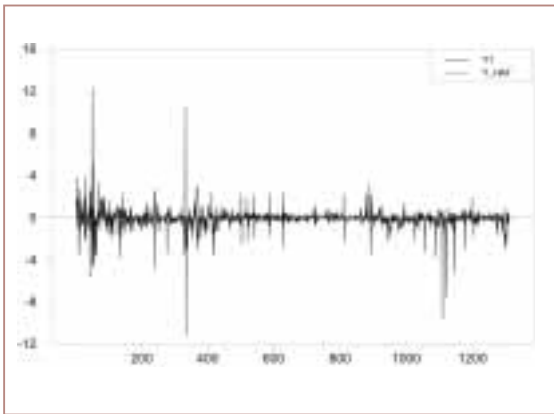


圖5 Constant-Jump：實際值與預測值比較

介入，台灣利率呈現大幅波動的现象往往無法持續，因此GARCH模型所顯示的波動持續性與台灣資料的並不盡相符。

考慮了結構性改變後之「馬可夫轉換模型」模型，提升了其平均報酬之預期績效，應為較為適合台灣短期利率的實證模型。惟該模型未考量重大政經訊息對利率波動的影響程度，對於發生重大事件所造成的影響無法及時反映，而常數跳躍模型正好可彌補此一缺點。在利用MAD、RMSE及MAPE計算誤差值衡量預測的比較上，發現雖然無法獲得一致之結論，但常數跳躍模型，對台灣短期利率的預測具有較適度 (moderate) 之偏誤係數，若採MAPE為準則的話，常數跳躍模型預測績效則較佳，亦即在台灣短期利率的預測上，若考慮了跳躍因素後，模型預測能力將可望更獲改善。台灣短期利率在考慮條件變異外，再加入結構性轉變及跳躍的因子後，將更能描述並預測其變化之情形，而此當可提供利率預測的相關人士之參考。

參考文獻

- 尤子源 (2001)，「隔夜拆款利率預測模型之研究比較」，高雄第一科技大學金融營運系碩士論文。
- 吳蕙如 (1997)，「利率預測與銀行準備部位操作之研究-神經網路與遺傳程式之應用」，《財稅研究》，121-139。
- 林常青 (2002)，「台灣短期利率動態行為：狀態轉換模型的應用」，《經濟論文》，29-55。
- 林炳輝與葉仕國 (1996)，「台灣金融市場跳躍—擴散利率模型之實證研究」，《中國財務學刊》，77-106。
- 莊証皓 (2001)，「利率預測與操作策略之研究--以債券市場為例」，實踐大學企業管理學系碩士論文。
- 彭國星 (1998)，「影響短期利率的因素及利率走勢研判」，元大投資資訊，27-32。
- 葉仕國 (1996)，「整合性利率期限結構模型之實證研究」，國立台灣大學商學研究所博士論文。
- Akgiray V. and G. Booth (1988), "Mixed Diffusion-Jump Process Modeling of Exchange Rate Movements," *Review of Economics and Statistics*, 70, 631-637.
- Ahn C. M. (1988), "Jump-Diffusion Processes and the Term Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, 43, 155-175.
- Ball C. A. and Torous W. N. (1999), "The Stochastic Volatility of Short-Term Interest Rate: Some International Evidence," *Journal of Finance*, 54, 2339.
- Baz J. and Das S. (1996), "Analytical Approximations of the Term Structure for

- Jump-Diffusion Processes," *Working Papers-Harvard Business School Division of Research*, 1
- Bollerslev T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Variance Heteroscedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Bollerslev T. and Ghysels E. (1996), "Periodic Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, 139-152.
- Chan, W. H. and J. M. Maheu (2002), "Conditional Jump Dynamics in Stock Market Returns," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20 (3), 377-390.
- Chacko G. and Das S. (2002), "Pricing Interest Rate Derivatives: A General Approach," *Review of Financial Studies*, 15, 195-242.
- Craine R. and Havenner A. M. (1988), "Forecast Comparison of Four Models of U.S. Interest Rates," *Journal of Forecasting*, 7, 21-29.
- Das S. (2001), "The Surprise Element: Jumps in Interest Rates," *Journal of Econometrics*, 106, 27-65.
- Duffie D. and Kan R. (2002), "Universal State Prices and Asymmetric Information," *Journal of Mathematical Economics*, 38, 191-197.
- Duffie D. Pan J. and Singleton K. (2000), "Transform Analysis and Asset Pricing for Affine Jump-Diffusions," *Econometrica*, 68, 1343-1377.
- Engle R. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance United Kingdom Inflation," *Journal of Econometrica*, 50, 987-1007.
- Eraker B. Johannes M. and Polson N. (2003), "The Impact of Jumps in Volatility and Returns," *Journal of Finance*, 58, 1269-1301.
- Gray S. F. (1996) "Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates As a Regime-Switching Process," *Journal of Financial Economics*, 42, 27-62
- Hamilton, J. D. (1996), "The Daily Market for Federal Funds," *Journal of Political Economy*, 104, 26-56.
- Hamilton J. D. (1996), "Specification Testing in Markov-Switching Time-Series Models," *Journal of Econometrics*, 70, 127-184.
- Merton R. C. (1976), "Option Pricing when Underlying Returns are Discontinuous," *Journal of Financial Economics*, 3, 125-144.
- Smith D. R. (2002), "Markov-Switching and Stochastic Volatility Diffusion Models of Short-Term Interest Rates," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 183-198.